LYCEE SECONDAIRE

9 AVRIL 1938

Sidi Bouzid

Series: 7

$3^{ème}$ année T & SC

Exercice N°1

Pour $x \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ On donne $\sin x=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

1- Calculer cos2x
2- Vérifier que cos4x=sinx, En déduire x

Exercice N°2

1- Montrer que pour tout réel $x \neq \frac{k\pi}{2}$ on a : $\cot g x=\frac{1+\cos 2x}{\sin 2x}$

2- En déduire la valeur de $\cot g \frac{5\pi}{12}$

3- Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{\sin 3x-2\sin 4x+\sin 5x}{\cos 3x-2\cos 4x+\cos 5x}$

   a) Déterminer le domaine de définition de f
   b) Simplifier le domaine de définition de f(x)
   c) Résoudre dans IR puis dans $[-\pi,\pi]$ l'équation $f(x)=2+\sqrt{3}$

4- Résoudre dans IR l'équation : $(2+\sqrt{3})\sin x-\cos x=1$

Exercice N°3

Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{1+2\cos 2x}{\sqrt{3}-2\sin x}$

1- Trouver le domaine de définition de f
2- Résoudre dans IR puis dans $[-\pi,\pi]$ l'équation f(x)=0
3- a) Montrer que pour tout x dans Df on a : $f(x)=\sqrt{3}+2\sin x$
   b) Déduire l'ensemble des solution de l'équation : $f(x)=2\sqrt{3}$
   a) Déduire les réels de Df vérifiant $f(x)=f(\frac{\pi}{3}+x)$

Exercice N°4

1- Montrer que pour $x \neq (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$; on a : $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$

2- En déduire que $\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}-1$

3- a) Transformer en produit l'expression :cosx +cos3x
   b) Résoudre dans IR l'équation : cosx+2cos2x+cos3x=0
   c) Construire les points images des solutions sur le cercle trigonométrique

4- On pose $f(x)=\frac{\sin x+2\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+2\cos 2x+\cos 3x}$

   a) Déterminer le domaine de définition de f
   b) Montrer que pour tout x dans Df on a : f(x)=tg2x
   c) Résoudre dans IR, $f(x)=\sqrt{2}-1$

Exercice N°5

1- a) Vérifier que pour tout x réel on a : $\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x=2\cos(2x+\frac{\pi}{6})$
   b) Résoudre dans IR puis dans $[0,2\pi]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x+\sqrt{3}=0$
   c) Placer les points images des solutions sur le cercle trigonométrique

2- On pose $f(x)=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x+\sqrt{3}$

   a) Montrer que $f(x)=4\cos x\cos(x+\frac{\pi}{6})$

b) Résoudre dans IR l'équation f(x)=0

Exercice N°6

1- Montrer que $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et que $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2- Résoudre alors dans IR l'équation : $(\sqrt{3}+1)\cos x+(\sqrt{3}-1)\sin x=2$

Exercice N°7

1- Montrer que pour tout x réel ona : $2\cos^2(x-\frac{\pi}{4})-2\sin x\cos x=1$

2- a) Transformer sous la forme $r\cos(x-\theta)$:l'expression $\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x$

b) Résoudre alors dans IR puis dans $[-\pi,\pi]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x=1$

3- Soit $f(x)=\sqrt{3}-2[\cos^2(x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{3}\sin^2 x]$

a) Montrer que $f(\frac{\pi}{2}+x)+f(x)=-2$

b) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x)=-\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x-1$

c) En déduire que $f(x)=1-4\sin^2(x+\frac{\pi}{12})$

Exercice N°8

Soient les fonctions $f(x)=\frac{-1+2\cos 2x}{1+\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x}$ et $g(x)=\frac{1+\sqrt{3}\operatorname{tg}x}{2}$

1- a) Mettre $\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x$ sous la forme $r\cos(2x-\theta)$

b) Résoudre dans IR puis dans $[-\pi,\pi]$ l'équation : $1+\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x=0$

2- Déterminer chacun des deux domaines de définition de f et g notés Df et Dg

3- a) Montrer que pour tout x dans Df on a : $f(x)=\frac{\cos^2 x-3\sin^2 x}{2\cos x(\cos x-\sqrt{3}\sin x)}$

b) En déduire que pour tout x dans Df on a : f(x)=g(x) puis déduire la valeur de $\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}$

4- Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ l'inéquation : $g(x)\leq 0$

Exercice N°9

1- On pose pour tout x réel , $f(x)=1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x$

a) Montrer que : $2\sin(x+\frac{\pi}{6})=\cos x+\sqrt{3}\sin x$

b) En déduire que $f(x)=4\cos x.\sin(x+\frac{\pi}{6})$,puis déduire la valeur de $\cos\frac{\pi}{12}$

c) Résoudre dans IR puis dans $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ l'équation f(x)=0

2- Soit $g:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\to IR$; $x\mapsto\frac{1+\cos 2x}{1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x}$;On pose $E=\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[-\{-\frac{\pi}{6}\}$

a) Montrer que pour tout x dans E ,$g(x)=\frac{\cos x}{2\sin(x+\frac{\pi}{6})}$ .En déduire que $\operatorname{cotg}\frac{\pi}{12}=2+\sqrt{3}$ (On pourra exprimer de deux manières $g(-\frac{\pi}{12})$)

b) Résoudre dans IR l'équation : $(2+\sqrt{3})\cos x+\sin x=0$

c) Résoudre dans IR l'inéquation : $(2+\sqrt{3})\cos x+\sin x>0$